1

NÚMEROS REALES

1.1 NÚMEROS DECIMALES

Vamos a obtener una aproximación de π con varios decimales: Para ello, pulsa el icono , introduce su expresión (puedes escribir "pi" o hacer *clic* sobre π en la lista superior de la ventana) y pulsa **Sí** para confirmar. A continuación, pulsa el icono para obtener una aproximación de su valor.

Vamos a repetirlo con un número mayor de decimales: Abre el menú **Definir** y elige las opciones de **Modos de operar** y **Salida**. En el campo correspondiente al número de dígitos introduce 70 y confirma pulsando **Sí** en la parte inferior.

Ahora, resalta π situando el cursor sobre él y vuelve a aproximar su valor pulsando de nuevo el icono .

Observa como, a pesar de obtener gran número de decimales, estos no se repiten de forma periódica. Puedes obtener el mismo resultado introduciendo la expresión **APROX(pi,70)** sin necesidad de modificar permanentemente el número de decimales. También puedes abrir en la barra de herramientas el menú **Simplificar** y elegir la opción **Aproximar**. En el apartado **Dígitos de precisión** debes especificar **70**.

Practica

1. Introduce el número **22/7** y aproxímalo con 70 decimales. ¿Puedes detectar cuál es su periodo?

2. Aproxima el valor del número e con 70 decimales. Debes introducir **ê** pulsando **CTRL+e** o haciendo *clic* sobre la lista de la ventana de introducción de datos. DERIVE distingue entre la letra e (una variable) y el número ê (una constante).

3. Aproxima con 70 decimales el valor de $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ y $\sqrt{7}$. Observa la ausencia de periodicidades en la parte decimal. El símbolo √ puedes encontrarlo en la parte superior de la ventana que aparece al pulsar . También puedes escribir **SQRT(2)**.

4. Introduce la expresión **(1+√5)/2** y aproxímala con 70 decimales. ¿Tiene forma periódica? ¿Sabes de qué número se trata?

5. Repite la práctica con los números 3/5, 728/99 y 728/990. ¿Cuál es el periodo en cada caso?

6. Propón ejemplos de fracciones cuya expresión decimal tenga forma exacta, periódica pura y periódica mixta. Compruébalo aproximándolas con 70 decimales.

7. Si el denominador de una fracción (en forma irreducible) es 3, ¿puede su expresión decimal presentar un periodo de 4 cifras? ¿Cuántas cifras tendrá? Prueba a aproximar 1/3 y 2/3. Cualquier otro valor del numerador solo modificará la parte entera. Compruébalo.

Repítelo con denominador 6. Considera 1/6, 2/6, 3/6, 4/6, 5/6 y 6/6. ¿Puede haber alguna fracción $a / 6$ con la parte decimal distinta a las anteriores? Observa que solo 1/6 y 5/6 son irreducibles.

8. Dado que a / b (en su forma irreducible) no puede presentar más de b cifras en el periodo, busca fracciones que presenten muchas. Considera $b = 13$. ¿Cuántas cifras tiene el periodo de 1/13? Repítelo con $b = 17$ y con $b = 19$.

9. Detecta y anota el periodo de 1/7, 2/7, 3/7, 4/7, 5/7 y 6/7. Observa lo que has obtenido. ¿Puede haber alguna fracción irreducible de la forma a/7 presentar algún periodo distinto? ¿Por qué? ¿Puedes aventurar el periodo de 8/7? ¿Y el de 703/7? Compruébalo.

10. Propón un número racional con dos cifras de anteperiodo y tres de periodo. Prueba a "aproximar" la expresión (123456 – 123) / 99900.

Recuerda la forma de pasar a forma de fracción un número decimal periódico y obtén un ejemplo para cada uno de los siguientes casos:

-Periódico puro con 1 cifra de periodo.
-Periódico mixto con 1 cifra de anteperiodo y 1 de periodo.
-Periódico puro con 2 cifras de periodo.
-Periódico mixto con 2 cifras de anteperiodo y 1 de periodo.
-Periódico puro con 5 cifras de periodo.
-Periódico mixto con 1 cifra de anteperiodo y 3 de periodo.

1.2 NOTACIÓN CIENTÍFICA

Vamos a cambiar la notación en la que DERIVE presenta los resultados. Abre el menú **Definir** y elige las opciones de **Modos de operar** y **Salida.** En el primer campo (correspondiente a **Notación**) elige la opción **Scientific** y confirma pulsando **Sí** en la parte inferior. También puedes reducir el número de decimales a 6.

Introduce el número **123456789** y, a continuación, *simplifica* con = o *aproxima* con ≈ .

Practica

11. Introduce un número entero de 12 cifras y simplifícalo. ¿Cuántas cifras aparecen delante de la coma (o punto) decimal? ¿Cuál es el exponente de 10?

12. ¿De qué orden es 754^{87}? Para comprobarlo, introduce **754^87** y *simplifica*.

Repite la práctica con 67^33, 67^(-33), 3/69874, (3/4)^79, (4/3)^79 y √87967 .

13. En una conocida leyenda se aseguraba que por la última casilla de un tablero de ajedrez había que entregar 2^63 granos de arroz. ¿De qué orden de magnitud es esta cantidad?
¿Se trata de miles de millones, billones...?

14. ¿Qué número es más grande 9^99 ó 99^9? ¿De qué orden de magnitud es cada uno?

15. Para multiplicar dos números en notación científica introduce la siguiente expresión:

(2.357*10^8)*(9.8756*10^12)

Simplifica el resultado y anota su orden de magnitud.

Repite la práctica eliminando los paréntesis y asteriscos (sustitúyelos por espacios):

2.357 10^8 9.8756 10^12

(NOTA: Si estando en la ventana de introducción de datos pulsas **F3**, se copiará la expresión que en ese momento esté resaltada. Puedes copiar la expresión anterior y modificarla).

16. Introduce sucesivamente las expresiones **a:=23.78 10^32** y **b:=342.87 10^23**. (En DERIVE **:=** significa asignación, frente a = que significa igualdad o ecuación).

Efectúa, simplifica y halla el orden de magnitud de las siguientes operaciones:

a+b **a b** **8a/(5b)** **3a^5*7b^2** **a√b**

Vuelve a fijar “notación racional” con el menú **Definir.**

1.3 OPERACIONES CON RADICALES. RACIONALIZACIÓN

Introduce **√72** y pulsa el icono de *simplificar*. Observa cómo se extraen factores del radicando.

Repítelo con:

√48; √108; √75; √18; √700; √147; √(2^3*5^7*3^6) √(180/147)

Practica

17. Efectúa y simplifica las siguientes expresiones radicales:

3√8+5√50-7√72+7√2	**5/3√3+2/5√(27/49)**	**3√(2/5)+7√(18/245)**

18. Propón y comprueba un ejercicio similar al anterior cuyo resultado sea de la forma $k\sqrt{5}$.

19. Efectúa y simplifica las siguientes expresiones radicales:

√2 √3	**√5/√2√√√3**	**3^(1/5)/2^(1/3)**	**(5^(1/3))^(1/7)**

20. Racionaliza automáticamente los siguientes cocientes con radicales:

1/√2	**(1+√3)/ √5**	**(3-√2)/(2√7)**	**2/(5^(1/3))**
3/(1+√2)	**5/(2-√3)**	**(1+√2)/(1-√2)**	**(3√5+2√3)/(5√2-3√5)**

1.4 PROPIEDADES DE POTENCIAS Y RAICES

21. Efectúa (introduce y simplifica) y compara las siguientes operaciones:

2^5*2^3	**2^8**	**2^5/2^3**	**(2^2)**	**(5^2)^3**	**5^6**
a^5 a^3	**a^5/a^3**	**(a^2)^3**	**a^2^3**		

(Observa la interpretación de DERIVE como a ^(2^3))

(2*3)^4	**2^4*3^4**	**√(2*3)**	**√2*√3**	**(2*3)^(1/3)**	**2^(1/5)*3^(1/5)**
(2/3)^4	**2^4/3^4**	**√(2/3)**	**√2/√3**	**(2/3)^(1/3)**	**2^(1/5)/3^(1/5)**

1.5 OPERACIONES CON FRACCIONES Y RADICALES, NOTACIÓN CIENTÍFICA Y APROXIMACIONES DECIMALES

22. Puedes utilizar DERIVE para resolver los siguientes problemas del libro:

- Página 32: ejercicios 5, 6, 7 y 8. Para introducir $\sqrt[3]{2}$, debes escribir **2^(1/3)**. No olvides los paréntesis en el exponente ni tampoco en el radicando pues √5a es distinto de √(5a).
- Página 33: ejercicios 9 y 10.
- Página 39: ejercicios 2 y 3.
- Páginas 40 y 41: ejercicios 7 y 8.
- Páginas 42**,** 43 y 44: ejercicios 7 a 36.

1.6 LOGARITMOS

Para hallar $log_2 5$ con DERIVE, hay que introducir **LOG(5,2)**. Si se introduce **LOG(5)** o **LN(5)**, obtendríamos el logaritmo neperiano.

Calcula:

LOG(8,2) **LOG(16,2)** **LOG(1/4,2)** **LOG(1,2)** **LOG(2^17,2)**

Comprueba que **LOG(3*5,2)=LOG(3,2)+LOG(5,2)** introduciendo y simplificando cada miembro por separado.

Prueba con otros valores y otra base que “el logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos”.

Comprueba de una forma similar a la anterior las propiedades del logaritmo de un cociente y de una potencia.

Comprueba con algunos contraejemplos que “el logaritmo de una suma no es la suma de los logaritmos”.

Practica

23. Utiliza DERIVE para resolver o comprobar tu resolución manual de los ejercicios 50 a 62 de la página 45 del libro.